Uppgift 12

En liksidig triangel med sidan 45 cm (två gällande siffror) kan delas upp på två rätvinkliga trianglar. Hypotenusan är 45 cm och den kortare kateten är hälften, alltså 22,5 cm (jämför med uppg. 10a). Vi kallar höjden på liksidiga triangeln (som är den längre kateten på vår rätvinkliga triangel) för h.

$$45^2 = h^2 + 22{,}5^2$$

$$h^2 = 45^2 - 22{,}5^2$$

$$h = \sqrt{45^2 - 22{,}5^2}$$

$$h = \sqrt{1518{,}75}$$

Vi avrundar inte ännu utan låter höjden vara så här.

Arean på den liksidiga triangeln är basen (45 cm) gånger höjden (kvadratrotjäklarn) dividerat på två, alltså

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{45\sqrt{1518{,}75}}{2} \approx 876{,}85\ldots$$

Svar: 880 cm^2 (två gällande siffror).

Uppgift 13

Rätvinkliga triangeln har hypotenusan 78 m (två gällande siffror), och kateterna har ett förhållande på 1:2. Vi låter den kortare kateten vara x. Då är den längre kateten $2x$.

$$x^2 + (2x)^2 = 78^2$$

OBS: Märk barn att då ni kvadrerar $2x$ så skriver vi inte $2x^2$. $2x$ i kvadrat ska ju vara samma sak som $2x \cdot 2x$ som är $2 \cdot x \cdot 2 \cdot x = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x = 4x^2$. Vi erhåller alltså

$$x^2 + 4x^2 = 78^2$$

Nu kan man ***inte*** skriva så här $\sqrt{x^2} + \sqrt{4x^2} = \sqrt{78^2}$! Så här fungerar inte matematik.
Jämför med att $1 + 1 = 2$ men $\sqrt{1} + \sqrt{1} \neq \sqrt{2}$

För de som inte riktigt förstår hur man kan addera vänstra ledets termer: tänk bara att x^2 är bara x. Då blir det ju $5x$.

$$5x^2 = 78^2$$

Vi dividerar med 5

$$x^2 = \frac{78^2}{5}$$

och tar kvadratroten

$$x = \sqrt{\frac{78^2}{5}} = \sqrt{1216{,}8} \approx 34{,}88\ldots$$

Svar: kortare kateten har längden 35 m (två gällande siffror) och längre kateten 70 m (två gällande siffror).

Test:

$$\sqrt{35^2 + 70^2} \approx 78$$

Uppgift 14

Den likbenta triangelns ben är 1,9 m (två gällande siffror), alltså rätvinkliga triangeln som vi konstruerar har hypotenusan 1,9 m. Om likbenta triangelns bas är 2,5 m (två gällande siffror) så är den rätvinkliga triangelns bas hälften, alltså 1,25 m. Jämför med uppg. 10b.

Vi undersöker igen höjden på likbenta triangeln (alltså den rätvinkliga triangelns andra katet)

$$1{,}25^2 + h^2 = 1{,}9^2$$

$$h^2 = 1{,}9^2 - 1{,}25^2$$

$$h = \sqrt{1{,}9^2 - 1{,}25^2} = \sqrt{2{,}0475}$$

Igen, vi låter höjden vara som den är (inget avrundande)

Arean blir

$$A = \frac{bh}{2} = \frac{2{,}5\sqrt{2{,}0475}}{2} \approx 1{,}788 \ldots$$

Svar: 1,8 m^2 (två gällande siffror).

Gör alltid små skissar av trianglarna. Det tar 15 sekunder men underlättar mycket.

Uppgift 25

Kongruens har vi inte behandlat. Kort sagt är två trianglar kongruenta om de är både likformiga **och** har samma mått. I praktiken betyder kongruenta trianglar att trianglarna är identiska. Man kan kopiera en triangel och vrida på den och spegla den men så länge dess mått inte förändras så är kopian en kongruent triangel med den ursprungliga.

a) Om två vinklar är samma måste den tredje också vara samma. Trianglarna är likformiga.
b) Trianglarna behöver inte vara kongruenta. Den ena kan ju vara betydligt större än den andra även om vinklarna är samma.

Uppgift 26

a) Vi låter triangeln ha måtten b och h.
Då är dess area
$$A = \frac{bh}{2}$$

Man kan testa med olika mått (t.ex. basen 1 cm och höjden 2 cm), men jag visar direkt hur det bevisas för *alla mått*:

Om vi fördubblar både b och h, blir den nya arean
$$A = \frac{2b2h}{2} = 4\frac{bh}{2}$$

vilket är **fyra gånger** så stor som den ursprungliga $\frac{bh}{2}$.

b) På likande sätt kan vi tredubbla b och h, och arean blir
$$A = \frac{3b3h}{2} = 9\frac{bh}{2}$$

vilket är **nio gånger** så stor som den ursprungliga.
Märker ni att då sidorna blev 2 gånger så stora, blev arean $2^2 = 4$ gånger så stor.
Då sidorna blev 3 gånger så stora, blev arean $3^2 = 9$ gånger så stor. Jämför med en kvadrat. Om sidan blir tio gånger så stor (båda sidorna) så blir arean hundra gånger så stor.

Allmänt gäller att om man låter sidorna i *vilken som helst figur* växa med en faktor på n, så kommer arean att växa med n^2.

Uppgift 27

a) Jo, de är likformiga. Den första triangeln är enligt uppgiften rätvinklig och vi kan räkna ut att dess andra vinkel är 38°. Den andra triangeln är också rätvinklig i och med att summan av dess spetsiga vinklar blir 90 ° (52° respektive 38°). Lika stora vinklar => likformiga trianglar.
b) På samma sätt som i uppg. 25 så behöver dessa trianglar inte vara kongruenta. De *kan* vara det, men de behöver inte vara.