Facit till repetitionsuppgifterna

1)

Berts lön: x

Carls lön: y

$$\begin{cases} x + y = 107 \\ x - y = 17 \end{cases}$$

Additionsmetoden

$$\begin{cases} x + y = 107 \\ x - y = 17 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna:

$$2x = 124$$

$$x = 62$$

$$62 + y = 107$$

Vi subtraherar båda leden med 62

$$y = 45$$

Insättningsmetoden

$$\begin{cases} x + y = 107 \\ x - y = 17 \end{cases}$$

Vi löser ut x i ekvation 2

$$x = y + 17$$

och ersätter det i ekvation 1

$$x + y = 107$$

$$(y + 17) + y = 107$$

$$2y + 17 = 107$$

$$2y = 90$$

$$y = 45$$

Vi ersätter $y = 45$ i ekvation 1

$$x + 45 = 107$$

$$x = 62$$

Svar: Bert får 107 € och Carl 45 €.

Kontroll:

$$\begin{cases} 62 + 45 = 107 \\ 62 - 45 = 17 \end{cases}$$

2)

Kalles lön: x
Villes lön: y

Om Villes lön y ska vara tre gånger så stor som Kalles lön x, gäller

$$3x = y$$

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 3x = y \end{cases}$$

Insättningsmetoden

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 3x = y \end{cases}$$

Vi insätter $y = 3x$ i ekvation 1

$$x + (3x) = 160$$

$$4x = 160$$

$$x = 40$$

Vi insätter $x = 40$ i ekvation 2

$$3x = y$$
$$3 \cdot 40 = y$$
$$120 = y$$

Additionsmetoden

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 3x = y \end{cases}$$

Vi skriver ekvation 2 om

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna:

$$4x = 160$$

$$x = 40$$

Vi insätter $x = 40$ i ekvation 2

$$3x = y$$

$$3 \cdot 40 = y$$
$$120 = y$$

Svar: Kalles lön är 40 € och Villes lön är 120 €. Kontroll:

$$\begin{cases} 30 + 120 = 160 \\ 3 \cdot 40 = 120 \end{cases}$$

Alternativ 2:

Vi delar lönen 160 € i förhållandet 1:3.

$$x + 3x = 160$$

$$4x = 160$$

$$x = 40$$

Delarna blir 40 och $3 \cdot 40 = 120$ alltså 40 € och 120 €.

2b)

Linneas pengar: x

Emmas pengar: y

$$x + y = 230$$

Linnea har 24 € mer än Linnea, alltså Linneas pengar minus Emmas pengar är 24 €:

$$x - y = 24$$

$$\begin{cases} x + y = 230 \\ x - y = 24 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna

$$2x = 254$$
$$x = 127$$

Vi ersätter $x = 127$ i ekvation 1

$$x + y = 230$$
$$127 + y = 230$$
$$y = 103$$

Svar: Linnea har 127 € och Emma har 103 €.

Kontroll:

$$\begin{cases} 127 + 103 = 230 \\ 127 - 103 = 24 \end{cases}$$

---

3)

Antalet pojkar: x

Antalet flickor: y

$$x + y = 56$$

Det finns 16 flickor mer än pojkar, alltså antalet flickor minus antalet pojkar är 16:

$$y - x = 16$$

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ y - x = 16 \end{cases}$$

Det lönar sig byta plats på x och y i ekvation 2 så att man inte gör misstag:

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ -x + y = 16 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna

$$2y = 72$$
$$y = 36$$

Vi ersätter $y = 36$ i ekvation 1

$$x + y = 56$$
$$x + 36 = 56$$
$$x = 20$$

Svar: Det finns 20 pojkar och 36 flickor.

Kontroll:

$$\begin{cases} 36 + 20 = 56 \\ 36 - 20 = 16 \end{cases}$$

---

4) Enligt bilderna är bordets höjd är x, flickans längd är y.
Vänstra ekvationen blir

$$x + y = 2{,}45$$

Högra ekvationen blir

$$y - x = 1{,}25$$

Vi svänger plats på x och y som i tidigare uppgiften:

$$\begin{cases} x + y = 2{,}45 \\ -x + y = 1{,}25 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna

$$2y = 3{,}70$$
$$y = 1{,}85$$

Vi ersätter $y = 1{,}85$ i ekvation 1

$$x + y = 2{,}45$$

$$x + 1{,}85 = 2{,}45$$

$$x = 0{,}60$$

Svar: bordet är 0,60 m högt och flickan 1,85 m.
Kontroll:

$$\begin{cases} 0{,}60 + 1{,}85 = 2{,}45 \\ -0{,}60 + 1{,}85 = 1{,}25 \end{cases}$$

---

5)
Joakims ålder: x
Amandas ålder: y

$$x + y = 35$$

Joakims ålder x plus 5 är lika med Amandas ålder y alltså

$$x + 5 = y$$

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ x + 5 = y \end{cases}$$

Vi insätter från ekvation 2 uttrycket $y = x + 5$ i ekvation 1

$$x + y = 35$$

$$x + (x + 5) = 35$$

$$2x + 5 = 35$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

Vi ersätter $x = 15$ i ekvation 2

$$x + 5 = y$$
$$15 + 5 = y$$

$$20 = y$$

Svar: Joakim är 15 år och Amanda är 20 år.
Kontroll:

$$\begin{cases} 15 + 20 = 35 \\ 15 + 5 = 20 \end{cases}$$

---

6) Vi delar in 6,0 liter i förhållandet 1:3 så att saft är en del och vatten tre delar:

$$x + 3x = 6$$

$$4x = 6$$

$$x = 1{,}5$$

Delarna blir $x = 1{,}5$ liter och $3x = 4{,}5$ liter.

Kontroll: $1{,}5 + 4{,}5 = 6{,}0$
och $\frac{1{,}5}{4{,}5} = \frac{1}{3}$

---

7) Omkretsen 24 cm är summan av längderna på alla sidorna

$$x + 3 + 2x + 2x + 1 = 24$$

$$5x + 4 = 24$$
$$5x = 20$$

$$x = 4$$

Längderna på sidorna är

$$x + 3 = 4 + 3 = 7$$
$$2x = 2 \cdot 4 = 8$$
$$2x + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 8 + 1 = 9$$

Kontroll:

7+8+9=24

---

8) Hupsistakeikkaa. Vi antar att triangeln är en **rektangel**, då går detta att lösa utan större problem:

Basen är fyra gånger så lång som höjden alltså

Basen: $4x$
Höjden x
Tillsammans blir det längderna

$$4x + 4x + x + x = 100$$

$$10x = 100$$

$$x = 10$$

Höjden är 10 cm och basen är 40 cm.

<u>Extra (dummaste tidsfördrivet man kan hålla på med på ett veckoslut)</u>

Om vi antar att det på riktigt är en rätvinklig **triangel** som menas, så kan höjden skrivas som x och basen som $4x$. Hypotenusan är c. Summan av sidorna ska bli 100 cm.

$$x + 4x + c = 100$$

$$5x + c = 100$$

Enligt Pythagoras gäller för en rätvinklig triangel att summan av kateternas kvadrater är lika med hypotenusans kvadrat, alltså

$$x^2 + (4x)^2 = c^2$$

$$x^2 + 4x \cdot 4x = c^2$$

$$x^2 + 16x^2 = c^2$$

$$17x^2 = c^2$$

$$\sqrt{17} \cdot x = c$$

$$c = \sqrt{17} \cdot x$$

$$\begin{cases} 5x + c = 100 \\ c = \sqrt{17} \cdot x \end{cases}$$

Vi ersätter $c = \sqrt{17} \cdot x$ i ekvation 1

$$5x + c = 100$$

$$5x + \sqrt{17} \cdot x = 100$$

$$(5 + \sqrt{17})x = 100$$

$$x = \frac{100}{5 + \sqrt{17}}$$

Vi ersätter $x = \frac{100}{5+\sqrt{17}}$ i ekvation 2

$$c = \sqrt{17} \cdot x$$

och får att hypotenusan är

$$c = \sqrt{17} \cdot \frac{100}{5 + \sqrt{17}}$$

$$c = \frac{\sqrt{17} \cdot 100}{5 + \sqrt{17}}$$

Triangelns längder x, $4x$ och c är alltså
Höjden:

$$x = \frac{100}{5 + \sqrt{17}} \approx 10{,}96$$

Basen:

$$4x = \frac{400}{5 + \sqrt{17}} \approx 43{,}84$$

Hypotenusan:

$$c = \frac{\sqrt{17} \cdot 100}{5 + \sqrt{17}} \approx 45{,}19$$

Kontroll:

$$\frac{100}{5 + \sqrt{17}} + \frac{400}{5 + \sqrt{17}} + \frac{\sqrt{17} \cdot 100}{5 + \sqrt{17}} = 100$$

$$\frac{100 + 400 + \sqrt{17} \cdot 100}{5 + \sqrt{17}} = 100$$

$$500 + \sqrt{17} \cdot 100 = 100(5 + \sqrt{17})$$

$$500 + \sqrt{17} \cdot 100 = 500 + 100\sqrt{17})$$

$$0 = 0$$

9) Inga heltalslösningar. Glöm denna uppgift.

10)
Antalet barnbiljetter x
Antalet vuxenbiljetter y

$$x + y = 105$$

Kostnaden för x barnbiljetter: $6x$
Kostnaden för y vuxenbiljetter: $10y$

$$6x + 10y = 738$$

$$\begin{cases} x + y = 105 \\ 6x + 10y = 738 \end{cases}$$

Vi löser ut x i ekvation 1

$$x = -y + 105$$

och insätter den in i ekvation 2

$$6(-y + 105) + 10y = 738$$

$$-6y + 630 + 10y = 738$$

$$4y = 108$$

$$y = 27$$

Vi insätter $y = 27$ i ekvation 1

$$x + 27 = 105$$

$$x = 78$$

Svar: 78 barn och 27 vuxna såg pjäsen.

Kontroll

$$\begin{cases} 78 + 27 = 105 \\ 6 \cdot 78 + 10 \cdot 27 = 738 \end{cases}$$

$$78 + 27 = 105$$
$$468 + 270 = 738$$

11) Isaks ålder: x
Viktors ålder: y
Isak är 27 år äldre än Viktor, alltså Isaks ålder x minus Viktors ålder y är 27 år

$$x - y = 27$$

Viktors ålder y är en fjärdedel av Isaks ålder x, alltså Isak är fyra gånger så gammal som Viktor

$$x = 4y$$

$$\begin{cases} x - y = 27 \\ x = 4y \end{cases}$$

Vi insätter $x = 4y$ i ekvation 1

$$4y - y = 27$$
$$3y = 27$$
$$y = 9$$

Vi insätter $y = 9$ i ekvation 2

$$x = 4 \cdot 9$$
$$x = 36$$

Svar: Isak är 36 år och Viktor är 9 år.
Kontroll

$$\begin{cases} 36 - 9 = 27 \\ 36 = 4 \cdot 9 \end{cases}$$

Alternativ 2:

Viktors ålder: x
Isaks ålder: $x + 27$

Isak är fyra gånger så gammal som Viktor, alltså

$$4x = x + 27$$
$$3x = 27$$
$$x = 9$$

Svar: Viktor är $x = 9$ år och Isak är $x + 27 = 9 + 27 = 36$ år.

---

12) AB är $3x$
AC är $3x - 5$
BC är x
Omkretsen är 65 m alltså

$$3x + 3x - 5 + x = 65$$
$$7x = 70$$
$$x = 10$$

AB är $3x = 3 \cdot 10 = 30$ alltså 30 m
AC är $3x - 5 = 3 \cdot 10 - 5 = 25$ alltså 25 m
AC är $x = 10$ alltså 10 m
Kontroll: 30m+25m+10m=65m

---

13) Antalet kaniner: x
Antalet fasaner: y
Varje djur har ett huvud så sammanlagt finns det 35 djur

$$x + y = 35$$

Antalet ben på x kaniner: $4x$

Antalet ben på y fasaner: $2y$

$$4x + 2y = 94$$

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 4x + 2y = 94 \end{cases}$$

Vi multiplicerar båda leden i ekvation 1 med -2

$$\begin{cases} -2x - 2y = -70 \\ 4x + 2y = 94 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna

$$2x = 24$$
$$x = 12$$

Vi insätter $x = 12$ i ekvation 1

$$12 + y = 35$$
$$y = 23$$

Svar: Antalet kaniner är 12 och fasaner 23.
Kontroll:

$$\begin{cases} 12 + 23 = 35 \\ 4 \cdot 12 + 2 \cdot 23 = 94 \end{cases}$$

$$35 = 35$$
$$48 + 46 = 94$$

---

14) Basen är x
Ett ben är $3x$
Omkretsen, alltså basen + två ben är 42 cm.

$$x + 3x + 3x = 42$$
$$7x = 42$$
$$x = 6$$

Basen är 6 cm, benen är 18 cm.
Kontroll: 6+18+18=42

---

15) Charterresan kostar totalt densamma oberoende av resenärernas antal. Ju mera resenärer, desto mindre måste varje resenär betala.
Priset **en** resenär ska betala då det är 22 resenärer: x
Då kostar hela resan $22x$
Priset **en** resenär ska betala då det är 24 resenärer: $x - 10$
Då kostar hela resan $24(x - 10)$

$$22x = 24(x - 10)$$
$$22x = 24x - 240$$
$$-2x = -240$$
$$x = 120$$

Svar: de betalade till slut 110 €.
Kontroll: Då en resenär betalade 120 €, kostade hela resan 22 · 120 € = 2640 €
Då två resenärer kom till hölls detta pris (2640 €) konstant men den fördelades på ett större antal mänskor, alltså 24 · 110 € = 2640 €

16) Varje träff ger 1 €
Varje miss kostar 0,6 € alltså ger -0,6 €

Antalet träffar: x
Antalet missar: y

$$x + y = 18$$

Om man får x träffar, får man 1 € · x
Om man får y missar, får man -0,6 € · y

$$1x - 0{,}6y = 2$$

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ x - 0{,}6y = 2 \end{cases}$$

Vi multiplicerar båda leden i ekvation 1 med -1

$$\begin{cases} -x - y = -18 \\ x - 0{,}6y = 2 \end{cases}$$

$$-1{,}6y = -16$$

$$y = 10$$

Vi insätter $y = 10$ i ekvation 1

$$x + 10 = 18$$
$$x = 8$$

Svar: 8 träffar och 10 missar.
Kontroll:

$$\begin{cases} 8 + 10 = 18 \\ 8 - 0{,}6 \cdot 10 = 2 \end{cases}$$

---

17)

Mannens besparingar: x
Kvinnans besparingar: y

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + y = 840 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 840 \end{cases}$$

Vi underlättar situationen med att multiplicera ekvation 1 med 3 och ekvation 2 med 2

$$\begin{cases} x + 3y = 2520 \\ x + y = 1680 \end{cases}$$

Vi multiplicerar ekvation 1 med -1

$$\begin{cases} -x - 3y = -2520 \\ x + y = 1680 \end{cases}$$

Vi adderar ekvationerna

$$-2y = -840$$
$$2y = 840$$
$$y = 420$$

Vi insätter $y = 420$ i ekvation 1

$$\frac{x}{3} + 420 = 840$$

$$\frac{x}{3} = 420$$

$$x = 1260$$

Svar: mannen har 1260 € och kvinnan har 420 €.
Kontroll:

$$\begin{cases} \dfrac{1260}{3} + 420 = 840 \\ \dfrac{1260}{2} + \dfrac{420}{2} = 840 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 420 + 420 = 840 \\ 630 + 210 = 840 \end{cases}$$

---

18)

Antalet elever i klassen: x.

1) Om eleverna tar fyra pepparkakor var får endast $x - 5$ elever kakor (fem blir utan). Antalet kakor är enligt detta

$$4(x - 5)$$

2) Om alla elever (x elever) tar tre pepparkakor var blir det sex pepparkakor över. Alltså nu är antalet kakor

$$3x + 6$$

Dessa ska vara lika mycket.

$$4(x - 5) = 3x + 6$$

$$4x - 20 = 3x + 6$$

$$x = 26$$

Det finns 26 elever i klassen.
Kontroll:
Fem blir utan, alltså 21 elever tar fyra var (det finns 84 kakor)
Om alla 26 tar 3 stycken, så tar de 78 kakor (av 84 blir det sex kvar).

---

19) Mintkarameller kostar 9 € / kg. Massan på mintkaramellerna är x
Kolakarameller kostar 5 € / kg. Massan på kolakaramellerna är y

Allt som allt blandas 1 kg av karamellerna, alltså

$$x + y = 1$$

Priset på x kg mintkarameller är $9x$
Priset på y kg kolakarameller är $5y$
Tillsammans ska de kosta 8 €.

$$9x + 5y = 8$$

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 9x + 5y = 8 \end{cases}$$

Vi multiplicerar ekvation 1 med -5

$$\begin{cases} -5x - 5y = -5 \\ 9x + 5y = 8 \end{cases}$$

och adderar ekvationerna

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

Vi insätter $x = \frac{3}{4}$ i ekvation 1

$$\frac{3}{4} + y = 1$$

$$y = \frac{1}{4}$$

Svar: Det finns ¾ kg av mintkaramellerna och ¼ av kolakaramellerna.
Kontroll:

$$\begin{cases} \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \\ 9 \cdot \frac{3}{4} + 5 \cdot \frac{1}{4} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ \frac{27}{4} + \frac{5}{4} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ \frac{32}{4} = 8 \end{cases}$$

---

20)

Mängden vatten (i gram): x
I 50 gram 80-procentig ättiksyra finns 40 gram ättika.
Vi undersöker hur mycket vatten vi sätter in med ättikan så att mängden ättika (i täljaren 40 gram) dividerat med mängden vätska totalt (i nämnaren) blir a) 0,5 (50%) eller b) 0,4 (40%)

a)

$$\frac{40}{x + 50} = 0{,}5$$

$$40 = 0{,}5(x + 50)$$

$$40 = 0{,}5x + 25$$

$$0{,}5x = 15$$

$$x = 30$$

Svar: 30 gram vatten.
b)

$$\frac{40}{x + 50} = 0{,}4$$

$$40 = 0{,}4(x + 50)$$

$$40 = 0{,}4x + 20$$

$$0{,}4x = 20$$

$$x = 50$$

Svar: 50 gram vatten.
Kontroll:
Om man blandar 30 gram vatten med 50 gram 80% ättiksyra får vi 80 gram vätska, varav 40 gram är ättika (50%).
Om man blandar 50 gram vatten med 50 gram 80% ättiksyra får vi 100 gram vätska, varav 40 gram är ättika (40%).

---

21) Mängden (gram) 45 % salpetersyra: x
Mängden (gram) 20 % salpetersyra: y

$$x + y = 120$$

Mängden salpeter i x gram 45 % salpetersyra är $0{,}45x$
Mängden salpeter i y gram 25 % salpetersyra är $0{,}2y$
Dessa ska tillsammans bli 30 %, alltså mängden ska bli 30 % av 120 gram (36 gram)

$$0{,}45x + 0{,}2y = 0{,}30 \cdot 120$$

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 0{,}45x + 0{,}2y = 36 \end{cases}$$

Vi löser ut y i ekvation 1

$$\begin{cases} y = -x + 120 \\ 0{,}45x + 0{,}2y = 36 \end{cases}$$

och insätter $y = -x + 120$ i ekvation 2

$$0{,}45x + 0{,}2(-x + 120) = 36$$

$$0{,}45x - 0{,}2x + 24 = 36$$
$$0{,}25x = 12$$
$$x = 48$$

Vi insätter $x = 48$ i ekvation 1

$$48 + y = 120$$
$$y = 72$$

Svar: Man sätter 48 gram 45-procentig salpetersyra och 72 gram 30-procentig salpetersyra.
Kontroll:

$$\begin{cases} 48 + 72 = 120 \\ 0{,}45 \cdot 48 + 0{,}2 \cdot 72 = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 120 = 120 \\ 21{,}6 + 14{,}4 = 36 \end{cases}$$

---

22) Ett tvåsiffrigt tal kan skrivas som

$$10a + b$$

där a är ett heltal mellan 1 och 9 och b är ett heltal mellan 0 och 9.

T.ex. Talet 52 kan skrivas som $a = 5$ och $b = 2$ alltså

$$10 \cdot 5 + 2 = 50 + 2 = 52$$

Summan av siffrorna är 11

$$a + b = 11$$

Om ordningsföljden på siffrorna a och b ändras, blir talets $10a + b$ värde 45 större, det vill säga

$$10b + a = 45 + (10a + b)$$
$$-9a + 9b = 45$$

$$\begin{cases} a + b = 11 \\ -9a + 9b = 45 \end{cases}$$

Vi multiplicerar ekvation 1 med 9

$$\begin{cases} 9a + 9b = 99 \\ -9a + 9b = 45 \end{cases}$$

och adderar ekvationerna

$$18b = 144$$
$$b = 8$$

Vi insätter $b = 8$ i ekvation 1

$$a + 8 = 11$$
$$a = 3$$

Svar: Siffrorna är 3 och 8 alltså talet är 38.
Kontroll.
3+8 är 11,
83 är 45 större än 38.

$$\begin{cases} 3 + 8 = 11 \\ -9 \cdot 3 + 9 \cdot 8 = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11 = 11 \\ -27 + 72 = 45 \end{cases}$$